ΕΡΓΑΣΙΑ 2
ΑΡΧΗ ΑΝΕΞΑΡΤΗΣΙΑΣ ΚΙΝΗΣΕΩΝ-ΟΡΙΖΟΝΤΙΑ ΒΟΛΗ

1. Σώμα εκτοξεύεται οριζόντια με ταχύτητα $υ_o$=0,5m/s τη χρονική στιγμή t_o=0. Αν θεωρήσουμε σύστημα αναφοράς η αρχή του οποίου είναι το σημείο εκτόξευσης, θετική φορά του άξονα x είναι η φορά της $υ_o$ και θετική φορά του άξονα y η προς τα κάτω, να βρείτε:
α) τις συντεταγμένες x και y της θέσης του σώματος σε συνάρτηση με το χρόνο.
β) Την εξίσωση τροχιάς και να δικαιολογηθεί γιατί αυτή είναι παραβολή.
Με τη βοήθεια των ερωτημάτων α και β, να βρείτε :
γ) τις συντεταγμένες της θέσης του σώματος τη χρονική στιγμή t=2s.
δ) Τη συντεταγμένη y της θέσης του σώματος, όταν η συντεταγμένη x είναι x=2m.
ε) Τη στιγμή που το σώμα θα βρίσκεται σε ύψος 245m μικρότερο απ' αυτό που βρίσκεται το σημείο εκτόξευσης

(x=0,5t (SI), y=5t^2, y=20x^2, 1m, 20m, 80m, 7s)

2. Σώμα 1 αφήνεται (χωρίς αρχική ταχύτητα) τη χρονική στιγμή t_o=0 από ύψος h από το έδαφος. Την ίδια στιγμή από το ίδιο ύψος h εκτοξεύεται σώμα 2 οριζόντια με ταχύτητα $υ_o$=3m/s. Αν το σώμα 1 φτάνει στο έδαφος με ταχύτητα υ=50m/s, να γίνει σχήμα με τις τροχιές των δύο σωμάτων και να βρείτε :
α) τη χρονική στιγμή που το σώμα 2 φτάνει στο έδαφος.
β) Το ύψος h.
γ) Την οριζόντια απόσταση που θα έχει διανύσει το σώμα 2 όταν πέσει στο έδαφος.

(5s, 125m, 15m)

3. Σώμα εκτοξεύεται οριζόντια από ύψος h_1=100m απ' το έδαφος τη χρονική στιγμή t_o=0. Αν t_1 είναι η στιγμή που το σώμα βρίσκεται σε ύψος h_2=55m απ' το έδαφος, να βρεθούν :
α. η στιγμή t_1.
β. η οριζόντια απόσταση που θα έχει διανύσει το σώμα απ' τη χρονική στιγμή t_o=0 έως τη χρονική στιγμή t_1, αν η ταχύτητα εκτόξευσης είναι $υ_o$=10m/s.

4. Αεροπλάνο κινείται οριζόντια σε ύψος h=320m από το έδαφος με σταθερή επιτάχυνση α=2m/s^2. Τη χρονική στιγμή t_o=0 που το αεροπλάνο έχει ταχύτητα $υ_o$=100m/s, αφήνει κιβώτιο για να πέσει σε κάποιο στόχο. Να βρεθεί :
α) ποια οριζόντια απόσταση πίσω από το στόχο πρέπει να αφήσει ο πιλότος το κιβώτιο, ώστε αυτό να πετύχει το στόχο.
β) Ποια οριζόντια απόσταση θα απέχει το αεροπλάνο από το στόχο, όταν το κιβώτιο φτάσει στο στόχο.
γ) Ποια θα ήταν η απάντηση στο ερώτημα β, αν το αεροπλάνο συνέχιζε να κινείται με σταθερή ταχύτητα 100m/s.

(800m, 64m μπροστά, 0)

5. Σώμα εκτοξεύεται οριζόντια με ταχύτητα μέτρου $υ_o$=6m/s. Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος (μέτρο, κατεύθυνση) μετά από χρόνο Δt=0,8s.

(10m/s, εφφ=4/3)

6. Σώμα εκτοξεύεται οριζόντια τη χρονική στιγμή t_o=0 από κάποιο ύψος με ταχύτητα $υ_o$=20m/s και εκτελεί οριζόντια βολή. Να βρεθεί η χρονική στιγμή που η οριζόντια και η κατακόρυφη μετατόπιση του σώματος είναι ίσες καθώς και η θέση του σώματος εκείνη τη στιγμή.

7. Σώμα εκτοξεύεται οριζόντια από ύψος h_1=10m με ταχύτητα $υ_ο$=4m/s και εκτελεί οριζόντια βολή. Να βρεθεί η ταχύτητα του σώματος (μέτρο, κατεύθυνση), όταν το σώμα βρίσκεται σε ύψος h_2=5,8m.

8. Αεροπλάνο κινείται οριζόντια σε ύψος h=125m απ' το έδαφος με σταθερή επιτάχυνση μέτρου $α=2m/s^2$ και τη χρονική στιγμή $t_ο$=0 έχει ταχύτητα $υ_ο$=80m/s. Αν το αεροπλάνο τη χρονική στιγμή t_1=10s αφήνει βόμβα να πέσει στο έδαφος, να βρεθούν :

α. η χρονική στιγμή που η βόμβα θα φτάσει στο έδαφος.

β. η οριζόντια απόσταση αεροπλάνου-βόμβας τη στιγμή που η βόμβα θα χτυπήσει στο έδαφος.

9. Ποτάμι έχει πλάτος d=24m και το νερό κινείται σε αυτό με ταχύτητα μέτρου $υ_ν$=6m/s. Βάρκα έχει μηχανή και εάν το νερό ήταν ήρεμο θα κινούταν με σταθερή ταχύτητα $υ_β$=8m/s. Η βάρκα αυτή ξεκινά να διασχίσει το ποτάμι τη χρονική στιγμή $t_ο$=0 και είναι συνεχώς στραμμένη κάθετα στη ροή του νερού. Να βρεθούν :

α. η εξίσωση τροχιάς και το είδος της τροχιάς της βάρκας.

β. η χρονική στιγμή που η βάρκα θα φτάσει στην απέναντι όχθη.

γ. η ταχύτητα της βάρκας (μέτρο- κατεύθυνση) τις χρονικές στιγμής t=1s και t=2s.

δ. η μετατόπιση της βάρκας πάνω στην όχθη λόγω της ταχύτητας του νερού όταν η βάρκα φτάσει στην απέναντι όχθη.

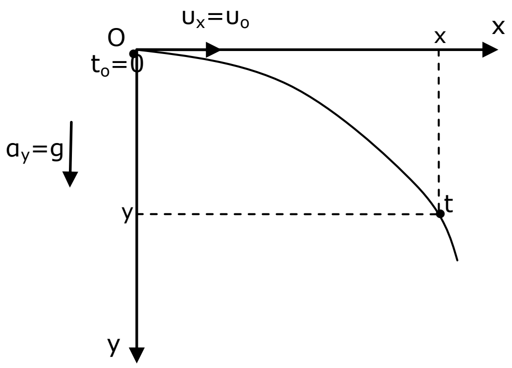
Δίνεται $εφ52^ο$=1,3.

Σε όλες τις ασκήσεις εκτός της 9, να θεωρήσετε ότι η κίνηση των σωμάτων γίνεται με την επίδραση μόνο του βάρους τους. Επίσης για όλες τις ασκήσεις δίνεται η επιτάχυνση της βαρύτητας $g=10m/s^2$.

Από το σχολικό βιβλίο οι ερωτήσεις **1, 2, 3, 10, 14** και οι ασκήσεις **1, 2**.

<u>ΕΝΔΕΙΚΤΙΚΕΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΙΣ</u>

1. Οι σχέσεις που ισχύουν στην οριζόντια βολή είναι οι $\Delta x=\upsilon_x\Delta t$, $\upsilon_y=\upsilon_{oy}+\alpha_y\Delta t$ και $\Delta y=\upsilon_{oy}\Delta t+\frac{1}{2}\alpha_y\Delta t^2$ οι οποίες σε αυτή τη μορφή είναι ανεξάρτητες του συστήματος συντεταγμένων και της χρονικής στιγμής που έχει επιλεγεί t=0. Άρα ξεκινάμε πάντα απ' αυτές και μετά ή δουλεύουμε χωρίς να διαλέξουμε σύστημα συντεταγμένων και χρονική στιγμή t=0 ή αν μας βολεύει ή το λέει η άσκηση όπως εδώ, τροποποιούμε τις εξισώσεις με βάση τις επιλογές μας.
Στη συγκεκριμένη άσκηση το σύστημα συντεταγμένων είναι αυτό που φαίνεται στο σχήμα και η στιγμή t=0 είναι η στιγμή της εκτόξευσης :



α. Εφαρμόζουμε τις σχέσεις για το Δx και το Δy για το χρονικό διάστημα από $t_o=0$ έως την t μια τυχαία χρονική στιγμή οπότε έχουμε $x_o=0$, $y_o=0$, $t_o=0$ και $\upsilon_{oy}=0$. Έτσι έχουμε $\Delta x=\upsilon_x\Delta t \rightarrow x-x_o=\upsilon_o(t-t_o) \rightarrow x=\upsilon_o t \rightarrow x=0{,}5t$ (SI) (1). Ομοίως έχουμε $\Delta y=\upsilon_{oy}\Delta t+\frac{1}{2}\alpha_y\Delta t^2 \rightarrow y-y_o=\frac{1}{2}g(t-t_o)^2 \rightarrow y=\frac{1}{2}gt^2 \rightarrow$ $y=5t^2$ (SI) (2).

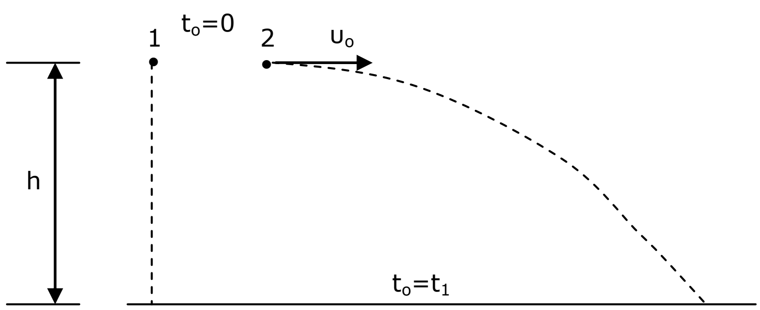
β. Απ' τη σχέση (1) έχουμε $t=\frac{x}{0{,}5} \rightarrow t=2x$ άρα αντικαθιστώντας στη (2) έχουμε $y=5(2x)^2 \rightarrow y=20x^2$ (SI) που παριστάνει παραβολή αφού είναι της μορφής $y=ax^2$.

γ. Για t=2s η σχέση (1) δίνει x=1m και η σχέση (2) δίνει y=20m.

δ. Απ' την εξίσωση τροχιάς για x=2m έχουμε y=80m.

ε. Είναι $\Delta y=245m \rightarrow y-y_o=245 \rightarrow y=245m$. Άρα από τη (2) για y=245m είναι $245=5t^2 \rightarrow t=7s$.

2. α.

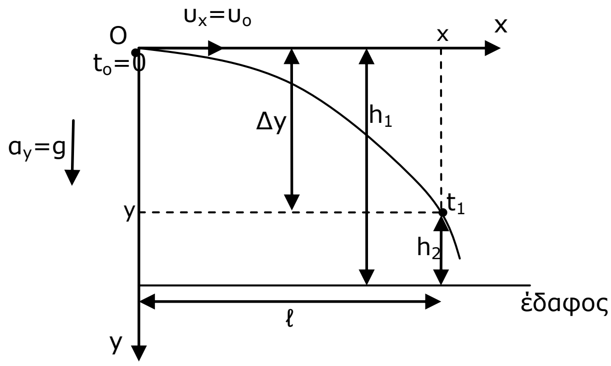


Έστω t_1 η στιγμή που το σώμα 1 φτάνει στο έδαφος. Αν εφαρμόσω τη σχέση $υ=υ_ο+αΔt$ για το σώμα 1, για το χρονικό διάστημα από $t_ο=0$ έως την $t=t_1$ με $υ_ο=0$, $α=g$ και $Δt=t_1-t_ο=t_1$ έχουμε $υ=gt_1 \rightarrow t_1=5s$.
Για το σώμα 2 επειδή ξέρουμε από την αρχή της ανεξαρτησίας των κινήσεων ότι η κατακόρυφη κίνηση του δεν επηρεάζεται απ' την οριζόντια, άρα θα κάνει την ίδια κατακόρυφη κίνηση με το σώμα 1. Έτσι το σώμα 2 θα πέσει στο έδαφος επίσης τη στιγμή $t_1=5s$.
β. Εφαρμόζοντας τη σχέση του Δy για το σώμα 2 για το ίδιο με το προηγούμενο ερώτημα χρονικό διάστημα, έχουμε $Δy= υ_{οy}Δt+\frac{1}{2}α_yΔt^2 \rightarrow$

$Δy=\frac{1}{2}gt_1^2 \rightarrow h=125m$.

γ. Απ' τη σχέση του Δx για το σώμα 2 έχουμε $Δx=υ_xΔt \rightarrow Δx=15m$.
Είδαμε ότι σε αυτή την άσκηση δε χρειάστηκε να επιλέξουμε σύστημα συντεταγμένων.

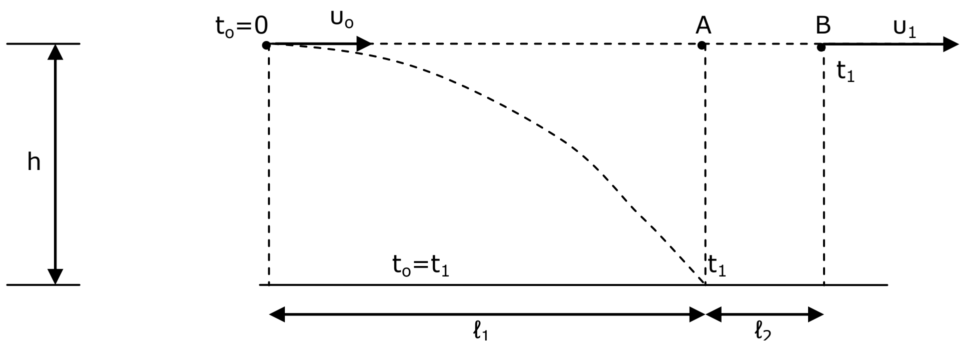
3.



α. $Δy=\frac{1}{2}gΔt^2 \rightarrow h_1-h_2=\frac{1}{2}gt_1^2 \rightarrow t_1=3s$.

β. $Δx=υ_οΔt \rightarrow ℓ=3 \cdot 10=30m$.

4.

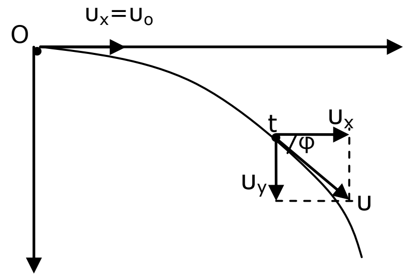


α. $h=\frac{1}{2}gΔt^2 \rightarrow t_1=8s$ άρα $ℓ_1=υ_οt_1=800m$.

β. Το αεροπλάνο κάνει ευθύγραμμη ομαλά επιταχυνόμενη κίνηση άρα $Δx=υ_ο(t_1-t_ο)+\frac{1}{2}α(t_1-t_ο)^2 \rightarrow ℓ_1+ℓ_2=100 \cdot 8+\frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 64=864m$ άρα $ℓ_2=64m$.

γ. Αν το αεροπλάνο έκανε κίνηση με σταθερή ταχύτητα, τότε η οριζόντια κίνηση του κιβωτίου και του αεροπλάνου θα ήταν η ίδια άρα το αεροπλάνο θα ήταν στο σημείο Α ακριβώς πάνω απ' το σημείο πτώσης του κιβωτίου.

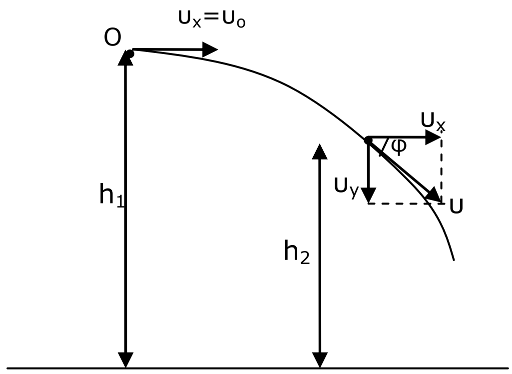
5.



Είναι $υ_x=υ_ο=6m/s$ και $υ_y=gΔt=8m/s$. Άρα $υ=\sqrt{υ_x^2+υ_y^2}=10m/s$ και εφφ= $\frac{8}{6}=\frac{4}{3}$.

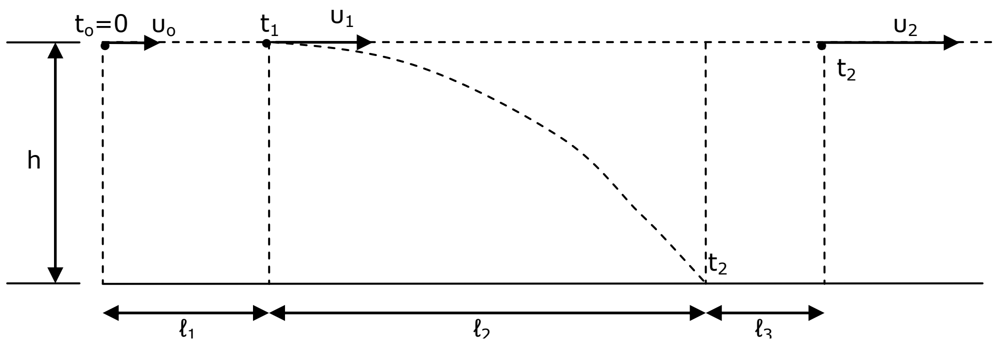
6. Θέλουμε $Δx=Δy \rightarrow υ_οΔt=\frac{1}{2}gΔt^2 \rightarrow 20t=5t^2 \rightarrow t=4s$.

7.



Απ' την αρχή διατήρησης της μηχανικής ενέργειας έχουμε : $E_{αρχ}=E_{τελ} \rightarrow mgh_1+\frac{1}{2}mυ_ο^2= mgh_2+\frac{1}{2}mυ^2 \rightarrow 2gh_1+υ_ο^2=2gh_2+υ^2 \rightarrow υ=10m/s$ και συνφ= $\frac{υ_x}{υ}=0,4$.

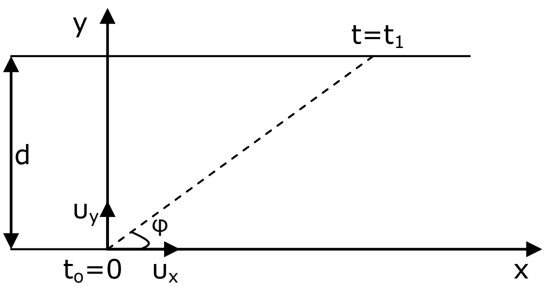
8.



α. Για τη βόμβα $Δy=\frac{1}{2}g(t_2-t_1)^2 \xrightarrow{Δy=h} t_2-t_1=5s \rightarrow t_2=15s$

β. Για το αεροπλάνο $υ_1=υ_o+α(t_1-t_o)=100m/s$. Για τη βόμβα $ℓ_2=υ_1(t_2-t_1)=500m$. Για το αεροπλάνο $ℓ_2+ℓ_3=υ_1(t_2-t_1)+\frac{1}{2}α(t_2-t_1)^2=525m$. Άρα $ℓ_3=25m$.

9.



α. Η βάρκα κάνει σύνθετη κίνηση που αποτελείται από δύο κινήσεις, μια στον άξονα x που είναι ευθύγραμμη ομαλή με $υ_x=υ_ν$ και μια στον άξονα y επίσης ευθύγραμμη ομαλή με $υ_y=υ_β$.
Άρα έχουμε $Δx=υ_χΔt \rightarrow x-x_o=υ_ν(t-t_o) \rightarrow x=υ_νt \rightarrow x=6t$ (SI) (1).
$Δy=υ_βΔt \rightarrow y-y_o=υ_β(t-t_o) \rightarrow y=υ_βt \rightarrow y=8t$ (SI) (2).
Από την (1) έχουμε t=x/6 άρα η (2) γίνεται $y=\frac{4}{3}x$ (SI) που είναι η εξίσωση τροχιάς και είναι εξίσωση ευθείας.
β. Αν t_1 είναι η στιγμή που η βάρκα φτάνει στην απέναντι όχθη, τότε για $t=t_1$ είναι y=d. Έτσι από τη σχέση (2) έχουμε $t_1=\frac{d}{8}=3s$.
γ. Η ταχύτητα της βάρκας είναι $υ=\sqrt{υ_ν^2+υ_β^2}=10m/s$ και είναι συνεχώς σταθερή. Είναι $εφφ=\frac{8}{6}=\frac{4}{3}$.
δ. Είναι $ℓ=υ_νt_1=18m$.